

**MNPEF** Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



MATERIAL DE APOIO AO PROFESSOR DE FÍSICA

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA RELATIVIDADE  
RESTRITA ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES DESENVOLVIDAS A  
PARTIR DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL *EASY JAVA*  
*SIMULATIONS*

João Francisco Walendowsky

Orientador: Dr.Marcelo Dallagnol Alloy

Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa  
Catarina – Campus de Blumenau no Curso de Mestrado Nacional  
Profissional em Ensino de Física

(MNPEF)

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de  
Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) –  
código de Financiamento 001”

Fevereiro  
2019

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 - Tela de abertura da simulação 1. ....	7
Figura 2 - Painel de controle do simulador. ....	8
Figura 3 - Detalhe da trajetória da luz para o observador B. ....	11
Figura 4 - Medida feita pelo observador na parada de ônibus....	12
Figura 5 - Medida feita pelo observador dentro do ônibus.....	13
Figura 6 - Controles de operação do simulador.....	14
Figura 7 - Nave com seu comprimento normal e contraído. ....	16
Figura 8 - Fótons chegando às extremidades em instantes distintos. ....	19
Figura 9 - Slide 9.....	39
Figura 10 - Slide 10.....	40
Figura 11 - Slide 11.....	41
Figura 12 - Slide 12.....	41
Figura 13 - Slide 13.....	42
Figura 14 - Slide 14.....	43
Figura 15 - Slide 15.....	43
Figura 16 - Slide 16.....	44
Figura 17 - Slide 17.....	45
Figura 18 - Slide 18.....	45
Figura 19 - Slide 19.....	46
Figura 20 - Slide 20.....	46
Figura 21 - Slide 21.....	47
Figura 22 – Referências bibliográficas.....	48

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>5</b>
<b>2. SIMULAÇÕES VIRTUAIS.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1. Simulação 1: Dilatação do tempo e contração do espaço.....</b>	<b>7</b>
<b>2.2. Simulação 2: Simultaneidade - Emissão de Fótons .....</b>	<b>18</b>
<b>2.3. Simulação 3: Simultaneidade - Emissão de Raios Elétricos .....</b>	<b>25</b>
<b>3. AULA SOBRE RELATIVIDADE .....</b>	<b>33</b>
<b>4. SUGESTÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....</b>	<b>49</b>
<b>5. REFERÊNCIAS .....</b>	<b>50</b>



## 1. APRESENTAÇÃO

### **Caro (a) professor (a)**

Ensinar Física é sempre um desafio, principalmente quando não se dispõe de locais para atividades práticas. No caso da Física Moderna se complica ainda mais, pois muitos fenômenos não são possíveis de se verificar no dia a dia. A fim de tentar amenizar este problema no que se refere ao ensino da teoria Relatividade Restrita de Einstein, foi desenvolvido este produto educacional no Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Santa Catarina – Campus de Blumenau, no curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.

Este produto consiste em três simulações virtuais sobre a teoria da Relatividade Restrita, junto a roteiros de aplicação e uma sequência de slides para uma aula inicial. As simulações foram desenvolvidas a partir da ferramenta computacional *Easy Java Simulations* e podem ser executadas tanto em computadores como em celulares. As simulações e a sequência de slides estão disponíveis em <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

A primeira simulação mostra os efeitos da dilatação do tempo e da contração do espaço, através de uma nave espacial em uma viagem interestelar. As outras duas mostram o conceito de simultaneidade em duas situações distintas. Em uma delas através da emissão de dois fótons (dois eventos) e outra através de dois raios elétricos (dois eventos) gerados por duas nuvens.

Uma sugestão de sequência didática é apresentada que pode ser modificada de acordo com a realidade da escola e das turmas, além de uma proposta de aula sobre o assunto.



## 2. SIMULAÇÕES VIRTUAIS

### 2.1 Simulação 1: Dilatação do tempo e contração do espaço

Esta simulação consiste numa animação com uma nave espacial em uma viagem interestelar onde sua velocidade pode ser variada. São mostrados na simulação o tamanho da nave em repouso e em movimento, bem como o intervalo de tempo para os tripulantes e para uma observador em repouso. Ao ser pausado o movimento da nave é possível visualizar o contorno na nave com seu tamanho próprio o contraído. As instruções de uso estão no roteiro que poderá ser adaptado conforme a necessidade. Ao abrir esta simulação aparecerá a seguinte tela (figura 1).

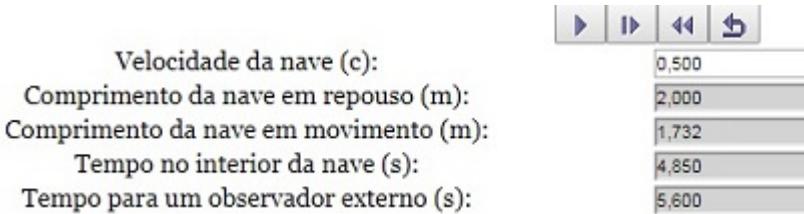
Figura 1 - Tela de abertura da simulação 1.



Fonte : <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

O uso do simulador é bastante simples. Temos quatro caixas de operação (figura 2). A primeira, da esquerda para a direita, inicia e pausa a simulação. A segunda e a terceira permitem visualizar quadro a quadro (câmera lenta). A última retorna à simulação ao início.

Figura 2 - Painel de controle do simulador.



The image shows a control panel for a simulator. At the top right, there are four buttons: a play button, a fast forward button, a fast reverse button, and a home button. Below these buttons is a table with five rows of data. The first row is 'Velocidade da nave (c):' with a value of 0,500. The second row is 'Comprimento da nave em repouso (m):' with a value of 2,000. The third row is 'Comprimento da nave em movimento (m):' with a value of 1,732. The fourth row is 'Tempo no interior da nave (s):' with a value of 4,850. The fifth row is 'Tempo para um observador externo (s):' with a value of 5,600.

Velocidade da nave (c):	0,500
Comprimento da nave em repouso (m):	2,000
Comprimento da nave em movimento (m):	1,732
Tempo no interior da nave (s):	4,850
Tempo para um observador externo (s):	5,600

Fonte : <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Logo abaixo temos as seguintes informações:

**Velocidade da nave.** Nesta caixa pode-se variar a velocidade da nave em função da velocidade da luz.

**Comprimento da nave em repouso.** Informa o comprimento da nave quando medida em repouso.

**Comprimento da nave em movimento.** Informa o comprimento da nave quando medida por um observador em repouso.

**Tempo no interior da nave.** Mede o tempo no interior da nave, comparado com o tempo de um observador em repouso.

**Tempo para um observador externo.** Mede o tempo para um observador em repouso fora da nave.

Para usá-la basta selecionar um valor para a velocidade e clicar enter. A nave começa a se mover ao clicar na primeira seta. Para ver o movimento em câmera lenta basta ir clicando na segunda ou terceira seta. As informações sobre tempo e comprimento da nave estão disponíveis logo abaixo. Para retornar e escolher uma nova velocidade é só clicar no último botão.

Um roteiro de aplicação é mostrado em seguida

## Roteiro para uso da simulação sobre relatividade

**Escola:**

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Aluno (a): \_\_\_\_\_

### Experimento virtual: Relatividade restrita

## Introdução

A presente simulação tem como objetivo mostrar, de um modo bastante simples, duas das principais consequências da teoria da relatividade especial de Einstein. A essência da Teoria da Relatividade Restrita não é apenas a relativização dos conceitos de espaço e tempo, mas, também, a reafirmação de que as leis da natureza devem ser independentes de referenciais. É essa a base do *espaço-tempo* (Caruso, 2016) (página 181), como mostra os postulados abaixo:

**Primeiro postulado.** As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

Quando você está em um ponto de ônibus e der um pulo para cima, você cairá no mesmo local. Ao pegar o ônibus e fizer a mesma coisa quando ele estiver com uma velocidade constante em uma trajetória retilínea (MRU – movimento retilíneo uniforme), você cairá no mesmo lugar. Dizemos então que um experimento realizado no solo ou em um corpo que se move com velocidade constante e numa trajetória reta, não se percebe diferença. Você pode também prender uma pedra em um barbante e colocar para oscilar, medindo o tempo de oscilação. Ao fazer isso no solo ou no ônibus, com velocidade constante em uma trajetória retilínea (MRU), você obterá o mesmo resultado. Dizemos nestes casos que os referenciais são inerciais.

**Segundo postulado.** A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor  $c$ , qualquer que seja o movimento da fonte (Tipler, 2014) (página 9).

Um observador (A), dentro de um ônibus em movimento retilíneo uniforme, acende uma lâmpada no chão que emite um raio luminoso que atinge um espelho no teto e retorna ao ponto inicial (figura 1). Esse observador mede o intervalo de tempo  $\Delta t_0$  entre a emissão e o retorno do raio de luz. Sendo a velocidade da luz constante e igual a  $c$ , o intervalo de tempo é dado por:

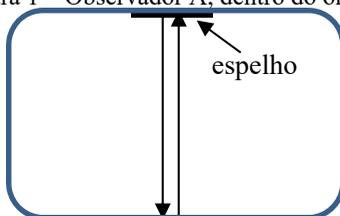
$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (1)$$

ou

$$d = \frac{c\Delta t_0}{2} \quad (2)$$

Lembrando que neste caso os dois eventos (emissão e retorno do raio de luz) ocorrem no mesmo local e são medidos por um único relógio. Essas medidas são chamadas de medidas próprias, logo  $\Delta t_0$  é chamado de intervalo de tempo próprio.

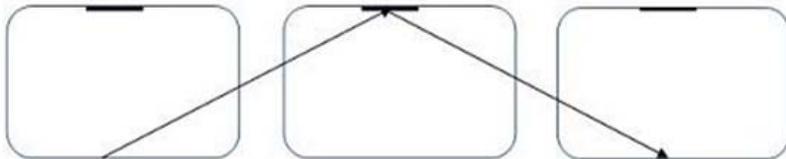
Figura 1 – Observador A, dentro do ônibus.



Fonte: arquivo do autor.

Um observador B, fora do ônibus, mede o intervalo de tempo entre os dois eventos, porém fora do ônibus. Para ele o comportamento do raio de luz é mostrado na figura 2. Nesta figura cada retângulo corresponde ao mesmo ônibus em três instantes distintos. O primeiro refere-se ao instante em que a lâmpada é acesa, o segundo quando ela é refletida no espelho do teto e o terceiro quando retorna ao chão.

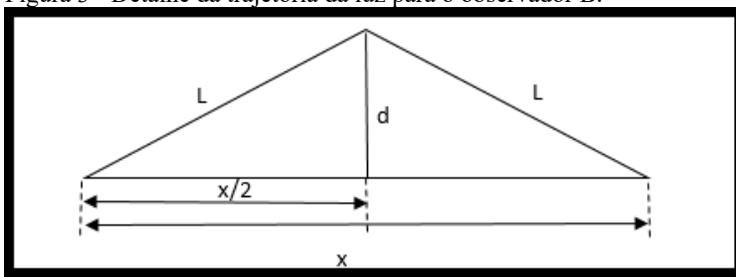
Figura 2 - Como o observador B, fora do ônibus, vê o fenômeno.



Fonte: Arquivo do autor

Para o observador B a distância percorrida pelo raio de luz é  $2L$  (figura 3).

Figura 3 - Detalhe da trajetória da luz para o observador B.



Fonte: Arquivo do autor.

E o intervalo de tempo  $\Delta t$ , é dado por:

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (3)$$

A distância  $x$  que o trem percorre é dada por:

$$x = v\Delta t \quad (4)$$

Pelo teorema de Pitágoras temos que:

$$L^2 = d^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad (5)$$

ou

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 \quad (6)$$

Elevando ao quadrado e cancelando os denominadores, temos:

$$c^2(\Delta t)^2 = c^2(\Delta t_0)^2 + v^2(\Delta t)^2 \quad (7)$$

Isolando  $\Delta t$ , obtemos:

$$c^2(\Delta t)^2 - v^2(\Delta t)^2 = c^2(\Delta t_0)^2, \quad (8)$$

$$(c^2 - v^2)(\Delta t)^2 = c^2(\Delta t_0)^2, \quad (9)$$

$$(\Delta t)^2 = \frac{c^2(\Delta t_0)^2}{(c^2 - v^2)} = \frac{c^2(\Delta t_0)^2}{\frac{c^2(c^2 - v^2)}{c^2}} = \frac{c^2(\Delta t_0)^2}{c^2\left(\frac{c^2 - v^2}{c^2}\right)} \quad (10)$$

$$(\Delta t)^2 = \frac{c^2(\Delta t_0)^2}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} \quad (11)$$

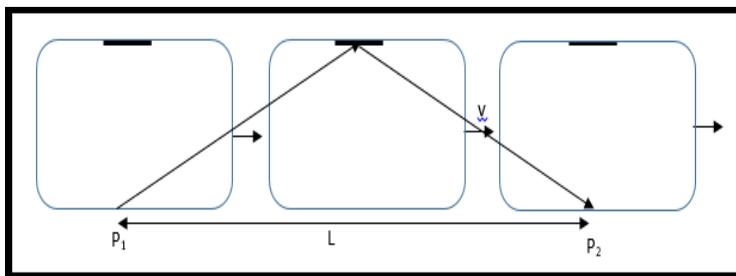
Cancelando o fator  $c^2$  e extraindo a raiz quadrada de ambos os lados, obtemos a relação da contração do tempo dada pela equação:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t_0, \quad (12)$$

onde  $\Delta t_0$  representa o intervalo de tempo medido no referencial do evento, neste caso o observador A dentro do ônibus. Já  $\Delta t$  é o intervalo de tempo medido no referencial que observa o evento em movimento com velocidade  $v$  e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Sempre que  $v \neq 0$ , o tempo medido por um observador em repouso é maior do que o tempo medido por um observador em movimento. Ou seja, para um observador em movimento o tempo passa mais devagar quando comparado com outro em repouso.

Do mesmo modo que o tempo se dilata, o espaço sofre uma contração. De acordo com a situação anterior, enquanto a luz sai do piso do ônibus e retorna, ele se desloca certa distância. O observador na parada de ônibus faz duas marcas,  $P_1$  no momento em que a luz é acesa, e  $P_2$  no momento em que ela retorna e mede a distância  $L$  entre elas (figura 4).

Figura 4 - Medida feita pelo observador na parada de ônibus.



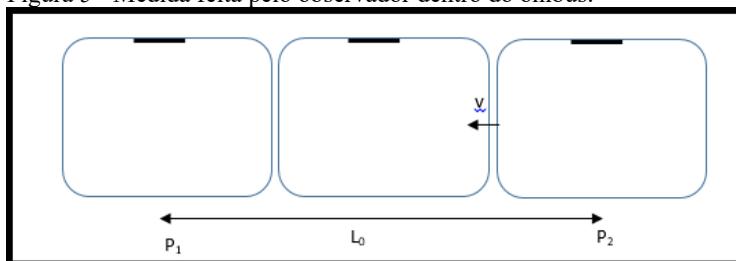
Fonte: Arquivo do autor.

Essa medida é a medida própria, pois basta usar uma trena e medir essa distância. Já para o observador dentro do ônibus, a plataforma passa por ele com uma velocidade  $v$ .

Como o ônibus viaja com velocidade constante  $v$ , a distância medida pelo observador A (observador que está dentro do ônibus) entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$  é dada pelo produto da velocidade  $v$  pelo intervalo de tempo próprio  $\Delta t_0$ , medido com somente um relógio (figura 5):

$$L_0 = v\Delta t_0. \quad (13)$$

Figura 5 - Medida feita pelo observador dentro do ônibus.



Fonte: Arquivo do autor.

Para o observador na parada de ônibus a distância  $L$  pode ser entendida como o deslocamento de um ponto no ônibus que se desloca com uma velocidade  $v$  constante. Desse modo, esse comprimento é dado pelo produto da velocidade  $v$  pelo intervalo de tempo relativo  $\Delta t$  que é medido com dois relógios:

$$L = v\Delta t. \quad (14)$$

Relacionando a equação 13 com a equação 14, temos:

$$\frac{L_0}{L} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} \quad (15)$$

Como

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (16)$$

Temos que

$$L_0 = L\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (17)$$

A partir dessa expressão podemos perceber que para um corpo em movimento, seu comprimento na direção do movimento, diminui.

### Objetivo

Com esta simulação pretende-se mostrar os efeitos dos postulados da relatividade restrita de Einstein: a dilatação temporal e a contração do espaço.

### Informações importantes

Em <http://relatividade.paginas.ufsc.br> selecione relatividade especial simulação 1. Esta simulação mostra uma nave se movendo no espaço onde é possível variar sua velocidade, observando a passagem do

tempo no interior da nave (observador em movimento) e para um observador em repouso (quem usa o simulador). Também é possível visualizar a medida que um observador em repouso faria da nave da direção do movimento.

O uso do simulador é bastante simples. Temos quatro caixas de operação (figura 6). A primeira, da esquerda para a direita, inicia e pausa a simulação. A segunda e a terceira permitem visualizar quadro a quadro (câmera lenta). A última retorna à simulação ao início.

Logo abaixo temos as seguintes informações:

**Velocidade da nave.** Nesta caixa pode-se variar a velocidade da nave em função da velocidade da luz.

**Comprimento da nave em repouso.** Informa o comprimento da nave quando medida em repouso.

**Comprimento da nave em movimento.** Informa o comprimento da nave quando medida por um observador em repouso.

**Tempo no interior da nave.** Mede o tempo no interior da nave, comparado com o tempo de um observador em repouso.

**Tempo para um observador externo.** Mede o tempo para um observador em repouso fora da nave.

Figura 6 - Controles de operação do simulador.

	▶   ▶▶   ◀◀   ↶
Velocidade da nave (c):	0,500
Comprimento da nave em repouso (m):	2,000
Comprimento da nave em movimento (m):	1,732
Tempo no interior da nave (s):	4,850
Tempo para um observador externo (s):	5,600

Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

## Procedimento

- 1) Na caixa velocidade da nave, selecione um valor para a velocidade da nave. Note que os valores são em fração da velocidade da luz.
- 2) Clique na primeira caixa de operação e inicie o movimento da nave. Deixe avançar um pouco e clique novamente neste botão para pausar o movimento.
- 3) Ao pausar a simulação observe o contorno na nave original. Você verá o comprimento da nave medido em repouso e o comprimento medido por um observador externo. Observe

também o tempo medido pelo astronauta e por um observador externo. (Figura 7).

- 4) Complete a tabela 1 com os valores do tamanho da nave para as respectivas velocidades. Lembre-se de que o comprimento da nave em repouso é  $L_0 = 2,0$  m.
- 5) Construa o gráfico do comprimento  $L$  da nave em função da velocidade e o gráfico da variação do comprimento  $\Delta L$  em função a velocidade. Para a construção dos gráficos use algum aplicativo como GeoGebra, SciDAVis ou o próprio Excel.
- 6) Analisando os gráficos o que você acha que aconteceria com o comprimento e a variação do comprimento da nave para uma velocidade igual a  $c$  e a zero  $c$ ?
- 7) O que aconteceria com o tempo para o astronauta que viaja nessas velocidades? Viajando nessa velocidade o astronauta viveria mais tempo?
- 8) Volte ao simulador e verifique se suas previsões concordam com os resultados.
- 9) Explique o significado dos termos dilatação do tempo e contração das distâncias.
- 10) Em repouso no laboratório, as partículas subatômicas denominadas múons sofrem decaimento em aproximadamente  $2,2 \mu\text{s}$ . Se os múons gerados nas camadas superiores se dirigirem à superfície da Terra com velocidades da ordem de 99% da luz, explique como eles podem atingir o nível do mar antes de decair. (Guimarães, 2016)
- 11) Imagine que Maria esteja numa nave que se desloca com velocidade igual a 75% da velocidade da luz no vácuo e que a nave passe beirando uma plataforma espacial onde João se encontra parado. Para João, o comprimento da plataforma é 200 m. (Pietrocola, 2016).
  - a) Qual deve ser o comprimento da plataforma para Maria?
  - b) Em quanto tempo João vê Maria passar pela plataforma?
  - c) Em quanto tempo Maria passa pela plataforma?

Figura 7 - Nave com seu comprimento normal e contraído.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Tabela 1: Valores do comprimento da nave em função de sua velocidade.

Velocidade da nave em fração da velocidade da luz (c)	Comprimento da nave L (m)	$\Delta L = L_0 - L$
0,10		
0,20		
0,30		
0,40		
0,50		
0,60		
0,70		
0,80		
0,90		

### Referências Bibliográficas do Roteiro

CARUSO, F.; OGURI, V. Física Moderna Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos. Rio de Janeiro: LTC, 2016.  
 GUIMARÃES, O.; PIQUEIRA, J. R.; CARRON, W. Física volume 3. São Paulo: Ática, v. 3, 2016.

PIETROCOLA, M. et al. Física em contextos. 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, v. 3, 2016.

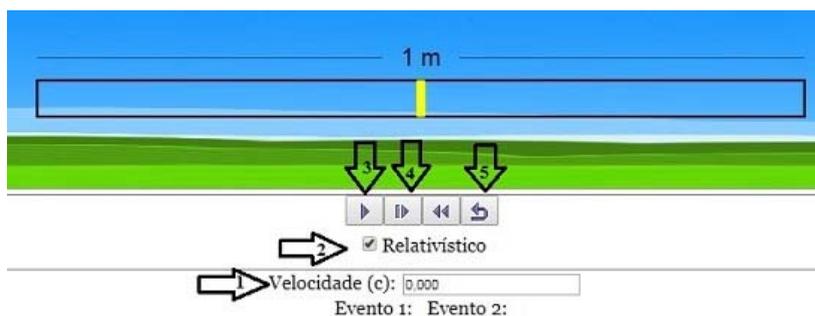
TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. Física Moderna. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

## 2.2 Simulação 2: Simultaneidade - Emissão de Fótons

A simulação 2 (veja em <http://relatividade.paginas.ufsc.br>) consiste na emissão de dois fótons dentro de um vagão em movimento, onde o evento é visto por observadores distintos. Dois dentro do próprio vagão e um fora dele. Para o observador fora do vagão (quem usa o simulador) os fótons são emitidos simultaneamente, porém, para os dois observadores dentro do vagão, um em cada extremidade, percebe a emissão em instantes diferentes.

Ao abrir a simulação aparecerá a tela mostrada abaixo (figura 1), onde aparece os seguintes elementos:

Figura 1 – Controles da simulação.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

1 – Indica a velocidade do vagão em função da velocidade da luz. Por exemplo, 0,2 significa que a velocidade do vagão é 20% da velocidade da luz.

2 – Opção do efeito relativístico e clássico.

3 – Inicia e pausa a simulação.

4 – Permite avançar a simulação passo a passo (câmera lenta).

5 – Retorna ao início.

Evento 1 significa o instante em que o fóton da esquerda chega à extremidade esquerda do vagão.

Evento 2 significa o instante em que o fóton da direita chega à extremidade direita do vagão.

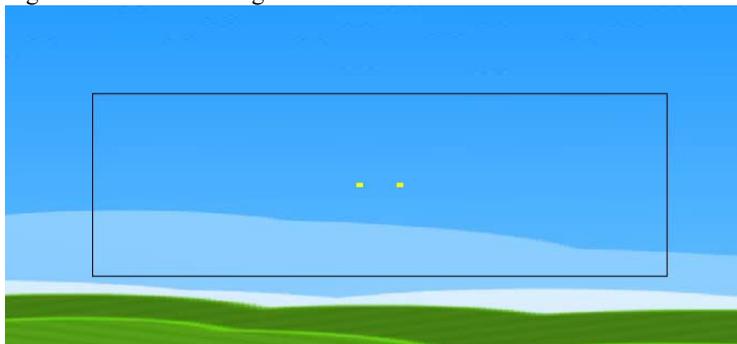
Além disso, ao longo da execução da simulação as seguintes informações podem aparecer:

**Evento 1** significa o instante em que o fóton da esquerda chega à extremidade esquerda do vagão.

**Evento 2** significa o instante em que o fóton da direita chega à extremidade direita do vagão.

A figura 2 mostra o momento em que os fótons são gerados.

Figura 2 - Fótons sendo gerados.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Observadores nas extremidades veriam a emissão dos fótons em instantes distintos (figura 3).

Figura 8 - Fótons chegando às extremidades em instantes distintos.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Um roteiro de aplicação é mostrado em seguida.

**Roteiro para uso da simulação sobre simultaneidade**

**Escola:**

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Aluno (a): \_\_\_\_\_

**Experimento virtual: Simultaneidade****Introdução**

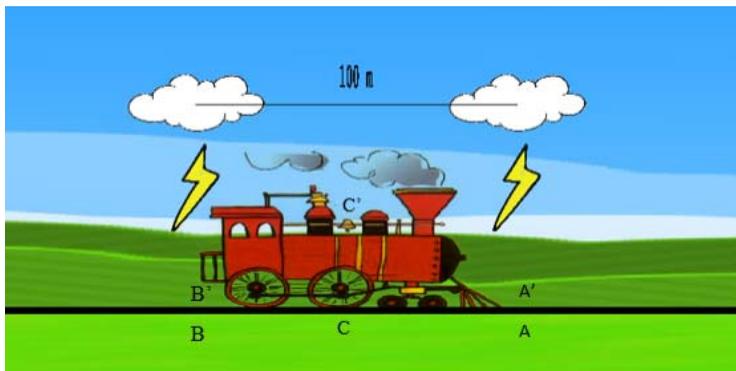
Quando falamos sobre a relatividade restrita, temos que pensar em como sincronizar os relógios dos observadores. Para isso usamos o conceito de simultaneidade definido por Einstein. Para ele dois eventos são simultâneos em um referencial inercial se os sinais luminosos associados a eles forem vistos simultaneamente por um observador situado em um ponto equidistante dos dois eventos, de acordo com a indicação de um relógio situado na posição desse observador (Tipler, 2014) (página 11).

Devemos aqui definir o que se entende por evento e observador. Conforme Tipler, evento é algo que acontece, como alguém gritando, uma árvore caindo, uma lâmpada acendendo. Todo evento ocorre em algum local e em um dado instante. Os eventos não dependem do referencial usado para descrevê-los. Eles não pertencem a um único referencial.

Os eventos são observados a partir de algum referencial e os observadores podem ser pessoas, instrumentos eletrônicos ou outras formas de aparelhos.

Vejamos o seguinte exemplo. Uma locomotiva move-se com uma velocidade  $v$  em relação a uma plataforma. Dois observadores, que podem ser relógios com sensores fotoelétricos que são acionados ao receberem um sinal luminoso,  $C'$  no centro da locomotiva e o  $C$  na plataforma (figura 1). Associamos à locomotiva o referencial  $S'$  e  $S$  para a plataforma.

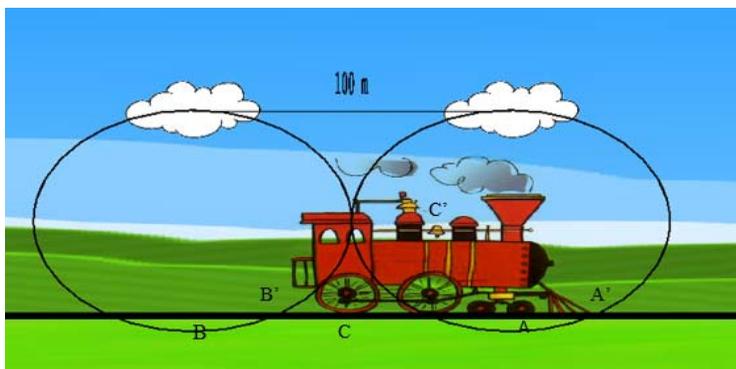
Figura 1- Dois raios atingindo a locomotiva.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br/><sup>1</sup>

Dois raios atingem a locomotiva, um na frente da locomotiva e outro na parte de trás da locomotiva, deixando marcas tanto na locomotiva com na plataforma. Para o observador C, localizado na plataforma, a meio caminho entre A e B, os raios ocorrem simultaneamente (Figura 2).

Figura 2 - Os raios de luz chegam ao mesmo tempo para o observador C.



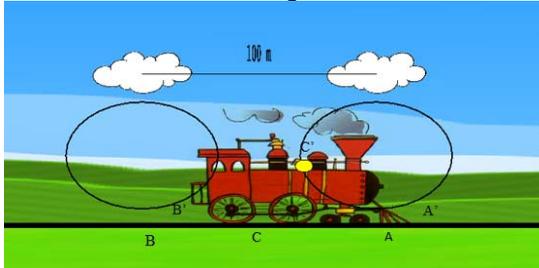
Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br/>

Para o observador C', a luz proveniente do raio A chega primeiro, pois ele está indo de encontro desse raio (figura 3), logo a velocidade  $v$ , da locomotiva é somada com a velocidade  $c$  da luz ( $c + v$ ),

<sup>1</sup> No desenvolvimento das simulações, a figura da locomotiva foi obtida em <https://www.country1071.com/events/lynden-lions-club-model-train-show/2>

isto vale tanto, numa perspectiva clássica como relativística a diferença está na interpretação deste fenômeno. (Caruso, 2016) (página 184).

Figura 3 - A luz do raio dianteiro chega ao observador C'.



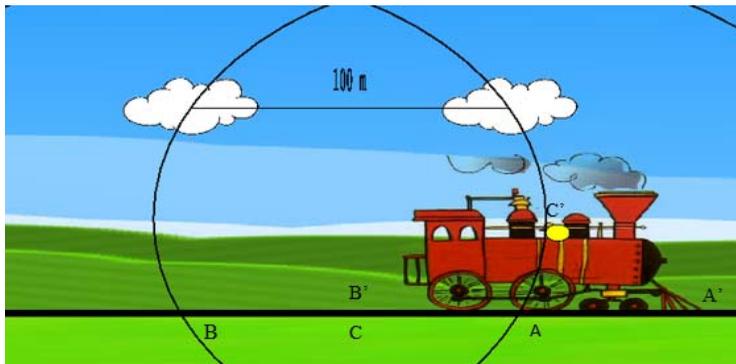
Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Chamando de  $L$  o comprimento da locomotiva, o tempo gasto para a luz proveniente de  $A$  atingir  $C'$  é dado por:

$$t_A = \frac{L/2}{c+v}. \quad (1)$$

Já o raio  $B$ , proveniente da parte traseira da locomotiva, demora mais para chegar em  $C'$ , pois ele está se afastando dele (figura 4).

Figura 4 - A luz do raio que atingiu atrás da locomotiva chega ao observador C'.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Neste caso, devemos subtrair a velocidade da locomotiva da velocidade da luz ( $c - v$ ), também valendo numa perspectiva clássica como relativística. (Caruso, 2016) (página 184).

O tempo gasto para esta informação chegar até C' é dada por:

$$t_B = \frac{L/2}{c-v}. \quad (2)$$

A diferença de tempo  $\Delta t = t_A - t_B$  é dada por:

$$\Delta t = \frac{\frac{L \cdot v}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \gamma^2 L \frac{v}{c^2}, \quad (3)$$

onde  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  é o fator de Lorentz.

## Objetivo

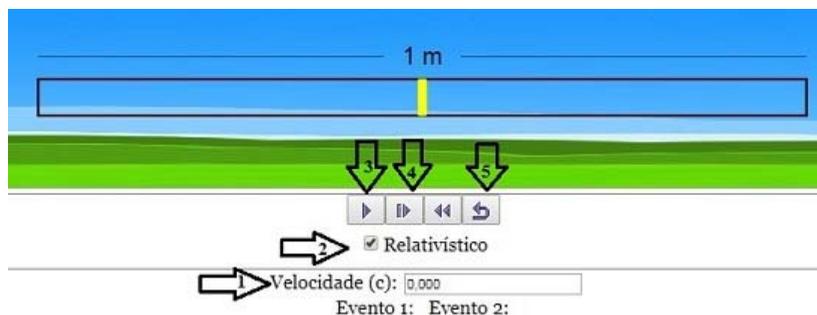
A atividade a ser realizada visa mostrar o conceito de simultaneidade previsto na teoria da relatividade de Einstein. Segundo esse conceito, dois eventos podem ser simultâneos para um observador, mas não para outro. Isso mostra que dois eventos simultâneos em um referencial podem não ser em outro, no entanto ao ser feita a correção relativística os eventos são simultâneos nos dois referenciais.

## Procedimento

Em <http://relatividade.paginas.ufsc.br> selecione relatividade especial simulação 2. Esta simulação mostra dois fótons gerados, no centro de um vagão que se move com certa velocidade.

Vamos, então, ver como funciona o simulador. Para usar o simulador temos cinco caixas com as seguintes funções (figura 5):

Figura 5 – Controles da simulação.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

1 – Indica a velocidade do vagão em função da velocidade da luz. Por exemplo, 0,2 significa que a velocidade do vagão é 20% da velocidade da luz.

2 – Opção do efeito relativístico e clássico.

3 – Inicia e pausa a simulação.

4 – Permite avançar a simulação passo a passo (câmera lenta).

5 – Retorna ao início.

Além disso, ao longo da execução da simulação as seguintes informações podem aparecer:

**Evento 1:** significa o instante em que o fóton da esquerda chega à extremidade esquerda do vagão.

**Evento 2:** significa o instante em que o fóton da direita chega à extremidade direita do vagão.

### Observador dentro do vagão

- 1) Deixe a velocidade em zero e ative a simulação clicando na caixa 3. Para parar a simulação clique novamente nesta caixa.
- 2) Pare a simulação retornando ao início e repita observando em câmera lenta. Anote os instantes em que ocorrem os eventos 1 e 2 na tabela 1 abaixo.
- 3) Observe os valores obtidos e veja se confere com o esperado. Verifique como seria na visão da Mecânica Clássica, desativando o fator relativístico na caixa 2.

Tabela 1: Instantes em que ocorrem os eventos com o vagão em repouso.

Velocidade do vagão, em fração da velocidade da luz (c).	Tempo para ocorrer o evento 1. ( $\times 10^{-9}$ s)	Tempo para ocorrer o evento 2. ( $\times 10^{-9}$ s)	Diferença de tempo entre os eventos. ( $\times 10^{-9}$ s)

- 1) Selecione, na caixa 1 um valor para a velocidade, lembre-se que o valor deve ser menor que 1, pois refere-se a uma porcentagem da velocidade da luz, tecla **enter** e inicie clicando na seta 3.
- 2) Você pode ver a simulação em câmera lenta clicando sucessivamente na seta 4. Verifique o tempo que cada fóton leva para atingir cada extremidade.

- 3) Repita o procedimento anterior com os valores da velocidade, indicados na tabela 2 abaixo. Anote os tempos correspondentes a cada um na tabela.

Tabela 2: Instantes de tempo em que ocorrem os eventos em função da velocidade do vagão.

Velocidade do vagão, em fração da velocidade da luz (c).	Tempo para ocorrer o evento 1. ( $\times 10^{-9}$ s)	Tempo para ocorrer o evento 2. ( $\times 10^{-9}$ s)	Diferença de tempo entre os eventos. ( $\times 10^{-9}$ s)
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			
0,6			

- 4) Construa o gráfico da diferença de tempo  $\Delta t$  em função da velocidade. Para a construção dos gráficos use algum aplicativo como GeoGebra, SciDAVis ou o próprio Exxel.
- 5) Analisando o gráfico, para que valores tendem a diferença de tempo quando a velocidade tende para  $c$  e para zero?
- 6) De acordo com a ideia de simultaneidade, como você diria para um amigo que o ônibus parte às 10 horas?

### Referências Bibliográficas do Roteiro

CARUSO, F.; OGURI, V. **Física Moderna Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

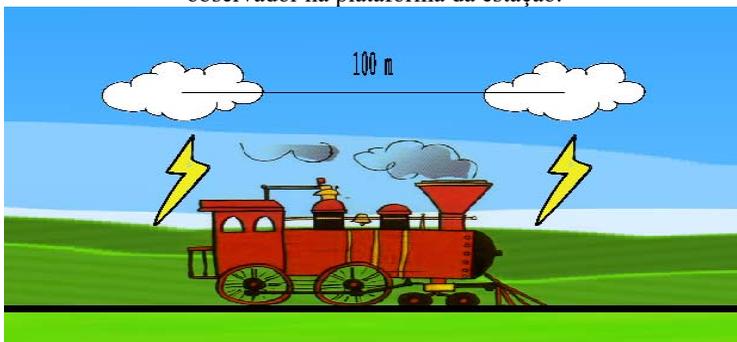
### 2.3 Simulação 3: Simultaneidade - Emissão de Raios Elétricos

Esta simulação (veja em <http://relatividade.paginas.ufsc.br> simulação 3) apresenta o efeito da simultaneidade através da visualização de dois raios que são emitidos por duas nuvens, atingindo a parte da frente de uma locomotiva e a parte de trás da locomotiva ao

passar por uma estação. Para um observador na plataforma da estação os raios são emitidos simultaneamente, porém para quem está no centro da locomotiva, eles ocorrem em instantes diferentes.

Na simulação o observador na estação é quem utiliza o simulador e o observador na locomotiva é representado pelo sino no centro da locomotiva. A figura 1 mostra o instante em que o observador na plataforma visualiza a emissão dos raios.

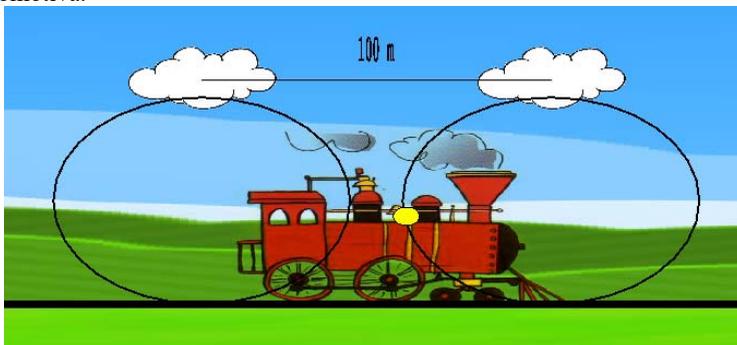
Figura 1 - Raios atingindo as extremidades da locomotiva, vistos por um observador na plataforma da estação.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

A figura 2 mostra que o observador no centro da locomotiva percebe a chegada da luz emitida pelos raios em instantes diferentes.

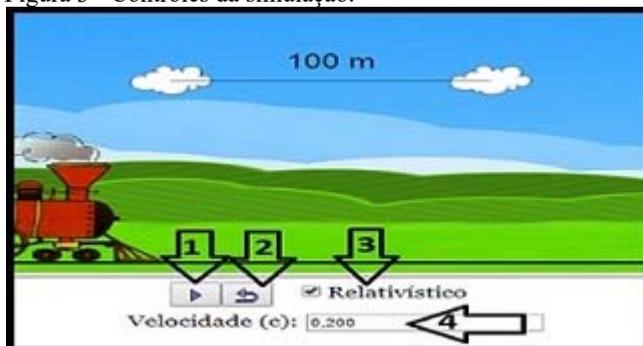
Figura 2 - Momento em que a luz do raio da direita chega ao centro da locomotiva.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Os controles da simulação são mostrados na figura 3.

Figura 3 - Controles da simulação.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Informações sobre os controles ilustrados na figura 3:

- 1) Inicia a simulação.
- 2) Retorna a simulação ao início.
- 3) Opção do efeito relativístico ou clássico.
- 4) Seleção da velocidade.

Ao longo da execução da simulação, as seguintes informações podem aparecer na tela:

**Evento 1:** significa o instante em que a luz emitida pelo raio da direita atinge o sino. É o instante zero para qualquer valor da velocidade.

**Evento 2:** significa o instante em que a luz emitida pelo raio da esquerda atinge o sino. Ou seja, é o intervalo de tempo entre as visualizações.

Os instantes dos eventos 1 e 2 são observados por um observador na locomotiva. Estas informações aparecem após os dois raios terem atingido o sino.

Um roteiro de aplicação é mostrado em seguida.

### Roteiro para uso da simulação sobre simultaneidade

**Escola:**

Aluno (a): \_\_\_\_\_

Aluno (a): \_\_\_\_\_

## Experimento virtual: Simultaneidade

### Introdução

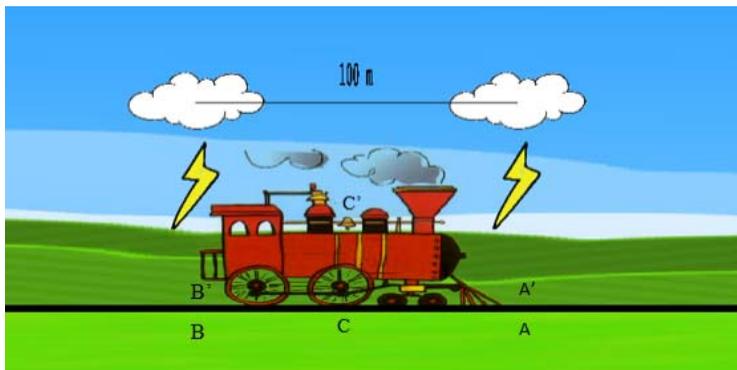
Quando falamos sobre a relatividade restrita, temos que pensar em como sincronizar os relógios dos observadores. Para isso usamos o conceito de simultaneidade definido por Einstein. Para ele dois eventos são simultâneos em um referencial inercial se os sinais luminosos associados a eles forem vistos simultaneamente por um observador situado em um ponto equidistante dos dois eventos, de acordo com a indicação de um relógio situado na posição desse observador (Tipler, 2014) (página 11).

Devemos aqui definir o que se entende por evento e observador. Conforme Tipler, evento é algo que acontece, como alguém gritando, uma árvore caindo, uma lâmpada acendendo. Todo evento ocorre em algum local e em um dado instante. Os eventos não dependem do referencial usado para descrevê-los. Eles não pertencem a um único referencial.

Os eventos são observados a partir de algum referencial e os observadores podem ser pessoas, instrumentos eletrônicos ou outras formas de aparelhos.

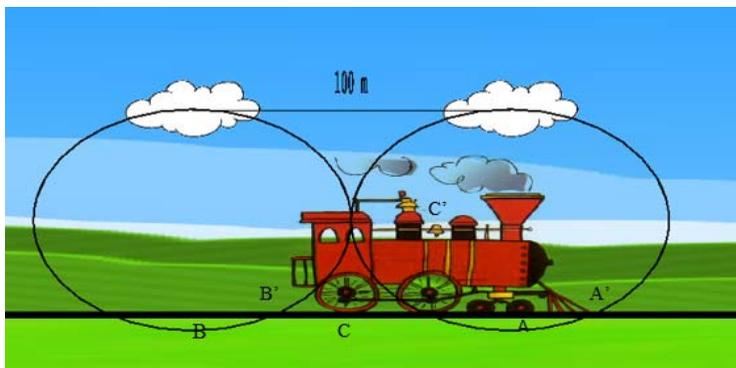
Vejamos o seguinte exemplo. Uma locomotiva move-se com uma velocidade  $v$  em relação a uma plataforma. Dois observadores, que podem ser relógios com sensores fotoelétricos que são acionados ao receberem um sinal luminoso,  $C'$  no centro da locomotiva e o  $C$  na plataforma (figura 1). Associamos à locomotiva o referencial  $S'$  e  $S$  para a plataforma.

Figura 1 - Dois raios atingindo uma locomotiva



Dois raios atingem o trem, um na frente do trem e outro no último vagão, deixando marcas tanto no trem com na plataforma. Para o observador C, localizado na plataforma, a meio caminho entre A e B, os raios ocorrem simultaneamente (Figura 2).

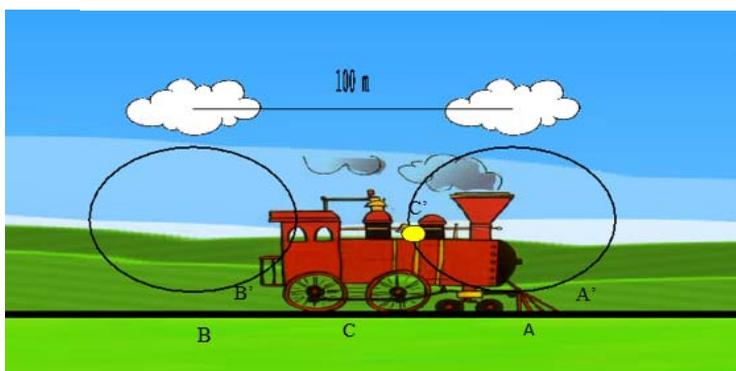
Figura 2 - Os raios de luz chegam ao mesmo tempo para o observador C.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Para o observador C', a luz proveniente do raio A chega primeiro, pois ele está indo de encontro desse raio (figura 3), logo a velocidade  $v$ , da locomotiva é somada com a velocidade  $c$  da luz ( $c + v$ ) isto vale tanto, numa perspectiva clássica como relativística a diferença está na interpretação deste fenômeno. (Caruso, 2016) (página 184).

Figura 3 - A luz do raio dianteiro chega ao observador C'.



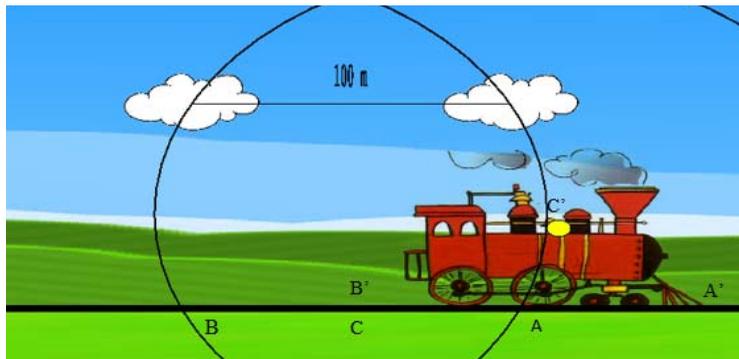
Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Chamando de  $L$  o comprimento da locomotiva, o tempo gasto para a luz proveniente de A atingir  $C'$  é dado por:

$$t_A = \frac{L/2}{c+v}. \quad (1)$$

Já o raio B, proveniente da parte traseira da locomotiva, demora mais para chegar em  $C'$ , pois ele está se afastando dela (figura 4).

Figura 4 - A luz do raio que atingiu atrás da locomotiva chega ao observador  $C'$ .



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

Neste caso, devemos subtrair a velocidade da locomotiva da velocidade da luz ( $c - v$ ), também numa perspectiva clássica como relativística. (Caruso, 2016) (página 184). O tempo gasto para esta informação chegar até  $C'$  é dada por:

$$t_B = \frac{L/2}{c-v}. \quad (2)$$

A diferença de tempo  $\Delta t = t_A - t_B$  é dada por:

$$\Delta t = \frac{\frac{L \cdot v}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \gamma^2 L \frac{v}{c^2}, \quad (3)$$

onde  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  é o fator de Lorentz.

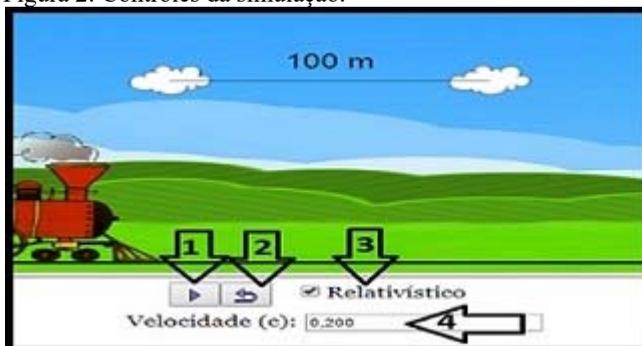
### Objetivo

A atividade a ser realizada visa mostrar o conceito de simultaneidade previsto na teoria da relatividade de Einstein. Isso mostra que dois eventos simultâneos em um referencial podem não ser em outro, no entanto ao ser feita a correção relativística os eventos são simultâneos nos dois referenciais.

### Procedimento

Em <http://relatividade.paginas.ufsc.br> acesse o link relatividade especial simulação 3. (figura 2):

Figura 2: Controles da simulação.



Fonte: <http://relatividade.paginas.ufsc.br>.

- 1) Inicia e pausa a simulação.
- 2) Retorna ao início.
- 3) Opção do efeito relativístico e clássico.
- 4) Indica a velocidade da locomotiva em função da velocidade da luz. Por exemplo, 0,2 significa que a velocidade da locomotiva é 20% da velocidade da luz.

Além disso, ao longo da execução da simulação as seguintes informações podem aparecer:

Evento 1 significa o instante em que a luz emitida pelo raio da direita atinge o sino. É o instante zero para qualquer valor da velocidade.

Evento 2 significa o instante em que a luz emitida pelo raio da esquerda atinge o sino. Ou seja, é o intervalo de tempo entre as visualizações.

Os instantes dos eventos 1 e 2 são observados por um observador na locomotiva.

### **Observador fora da locomotiva.**

Para um observador fora da locomotiva, os raios são emitidos ao mesmo tempo.

### **Observador na locomotiva em movimento.**

1)Selecione, na caixa 4 um valor para a velocidade, lembre-se que o valor deve ser menor que 1, pois refere-se a uma porcentagem da velocidade da luz, tecle **enter** e inicie clicando na caixa1.

2)Observe o momento em que os raios são emitidos e espere aparecer os valores do evento 1 e do evento 2.

3)Retorne ao início, clicando na caixa 2 e repita o procedimento anterior com os valores da velocidade, indicados na tabela abaixo. Anote os tempos correspondentes a cada um na tabela.

Velocidade da locomotiva (c)	Tempo para ocorrer o evento 1	Tempo para ocorrer o evento 2 ( $\times 10^{-7}$ ) s
0,3		
0,4		
0,5		
0,6		
0,7		

4) Use a equação (3) e verifique os resultados, para isso use  $c = 3,0 \times 10^8$  m/s.

(5) Construa o gráfico da diferença de tempo ( $\Delta t$ ) em função da velocidade. Para a construção dos gráficos use algum aplicativo como GeoGebra, SciDAVis ou o próprio Exxel.

(6) Analisando o gráfico, para que valores tendem a diferença de tempo quando a velocidade tende para c e para zero?

(7) De acordo com a ideia de simultaneidade, como você diria para um amigo que o ônibus parte às 10 horas?

### Referência Bibliográfica do Roteiro

CARUSO, F.; OGURI, V. **Física Moderna Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

### 3. AULA SOBRE RELATIVIDADE

Os slides seguintes representam uma sugestão de uma aula sobre relatividade (disponível em <http://relatividade.paginas.ufsc.br>). Como o assunto gera muitas discussões, é aconselhado o uso de pelo menos duas aulas geminadas.

Figura 1 - Slide 1<sup>1</sup>.



Fonte: Arquivo do autor.

2

No primeiro slide (figura 1) é discutido a ideia de que ao descrever um movimento é necessário definir um referencial, ou seja, em relação a que estamos nos movendo. O uso da tirinha do Maurício de Souza é muito sugestivo para essa ideia. Além disso, é discutido o fato de estarmos em repouso em relação à Terra, mas em movimento em relação ao Sol. Para tornar a aula mais interessante é sugerido que se use um skate e se reproduza a situação.

No segundo slide (figura 2) é discutido o movimento do ponto de vista de dois observadores diferentes. Um passageiro dentro do

<sup>2</sup> A figura que aparece no canto superior esquerdo de todos os slides foi obtida em <https://maconaria-memphismisraim.com/a-20-de-marco-de-1916-albert-einstein-publica-a-teoria-da-relatividade/>

ônibus vê a pessoa sentada fora do ônibus se aproximando pela direita, enquanto que essa pessoa vê o ônibus se aproximando pela esquerda, mas a descrição dos dois não modifica o movimento. Eles têm apenas ponto de vista diferentes. Outros exemplos podem surgir durante a discussão.

Figura 2 – Slide 2. Movimento sob o ponto de vista diferente para observadores diferentes.



Para o homem sentado no morrinho, o ônibus se aproxima da esquerda para a direita, já para os passageiros dentro do ônibus o homem se aproxima da direita para a esquerda.

Fonte: Arquivo do autor.

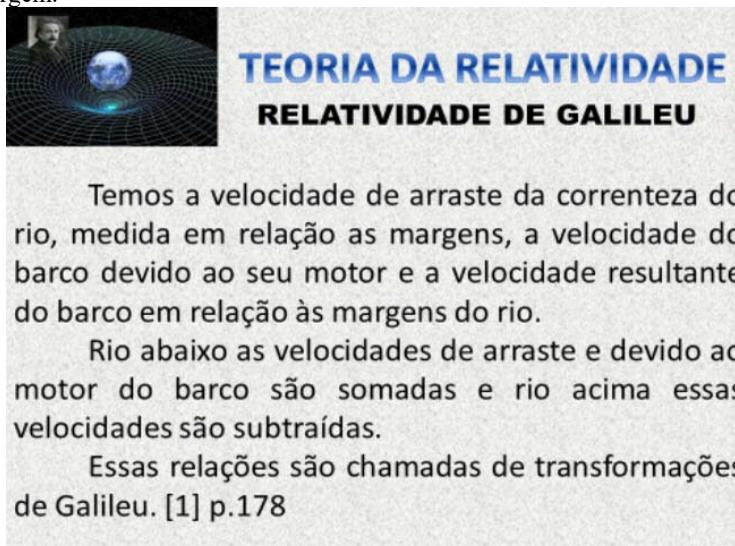
Nos slides 3, 4 e 5 (figuras 3, 4 e 5) é apresentada a situação de um barco se movendo em um rio em diversas situações, mostrando que esse modo de somar velocidades é conhecido como a relatividade de Galileu. Discussões a respeito de outras situações em que as velocidades são somadas do mesmo modo também surgiram. Como veículos se movendo em rodovias ao se aproximar ou ao se afastar.

Figura 3 – Slide 3. Diversas maneiras de um barco se mover em um rio.



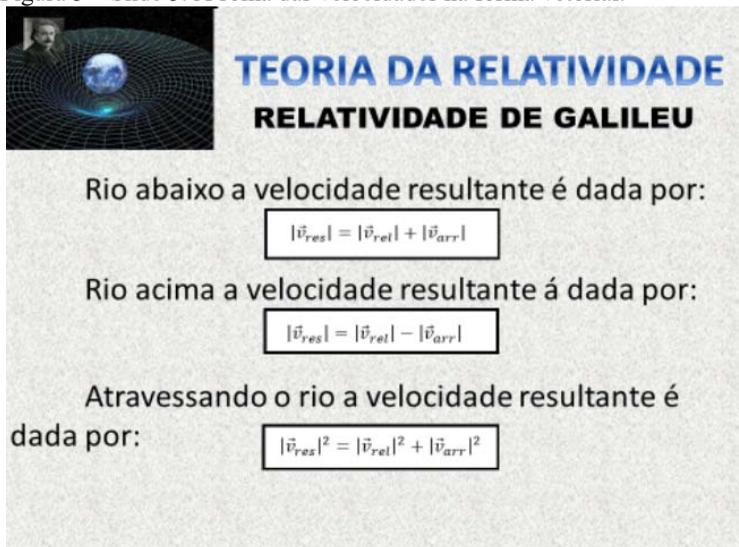
Fonte: Arquivo do autor.

Figura 4 – Slide 4. Descrição dos movimentos do barco visto por alguém na margem.



Fonte: Arquivo do autor.

Figura 5 – Slide 5. A soma das velocidades na forma vetorial.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**RELATIVIDADE DE GALILEU**

Rio abaixo a velocidade resultante é dada por:

$$|\vec{v}_{res}| = |\vec{v}_{rel}| + |\vec{v}_{arr}|$$

Rio acima a velocidade resultante é dada por:

$$|\vec{v}_{res}| = |\vec{v}_{rel}| - |\vec{v}_{arr}|$$

Atravessando o rio a velocidade resultante é dada por:

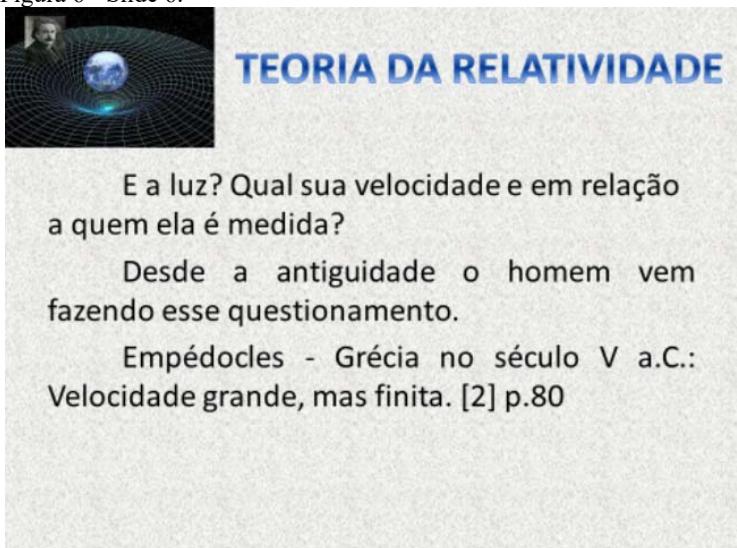
$$|\vec{v}_{res}|^2 = |\vec{v}_{rel}|^2 + |\vec{v}_{arr}|^2$$

Fonte: Arquivo do autor.

Com os slides 6, 7, 8 e 9 (figuras 6, 7, 8 e 9) iniciou-se o questionamento a respeito da luz. Em relação a que sua velocidade foi medida? Ela depende da direção de propagação, como o barco no rio? Alguns dos alunos podem não ter a menor ideia. Alguns podem achar que pode ser igual ao barco, mas não saber em relação a que ela é medida.

Pode ser dado um breve histórico das tentativas de medida da velocidade da luz, bem como a tentativa de Michelson e Morley de verificar tal fato e do resultado de suas experiências. Não é interessante entrar em detalhes de como eles fizeram essas experiências, mas que, dependendo do nível da turma, pode ser visto. É um modo de dar início aos postulados de Einstein.

Figura 6 - Slide 6.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**

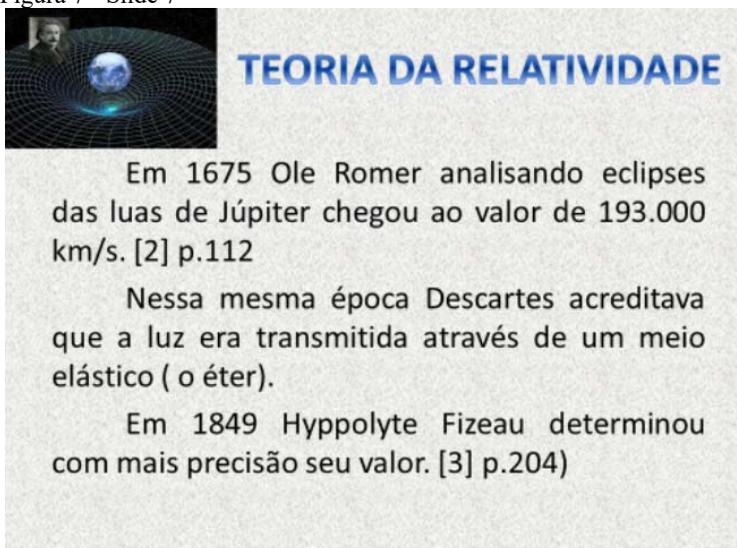
E a luz? Qual sua velocidade e em relação a quem ela é medida?

Desde a antiguidade o homem vem fazendo esse questionamento.

Empédocles - Grécia no século V a.C.:  
Velocidade grande, mas finita. [2] p.80

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 7 - Slide 7



**TEORIA DA RELATIVIDADE**

Em 1675 Ole Romer analisando eclipses das luas de Júpiter chegou ao valor de 193.000 km/s. [2] p.112

Nessa mesma época Descartes acreditava que a luz era transmitida através de um meio elástico ( o éter).

Em 1849 Hyppolyte Fizeau determinou com mais precisão seu valor. [3] p.204

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 8 - Slide 8.



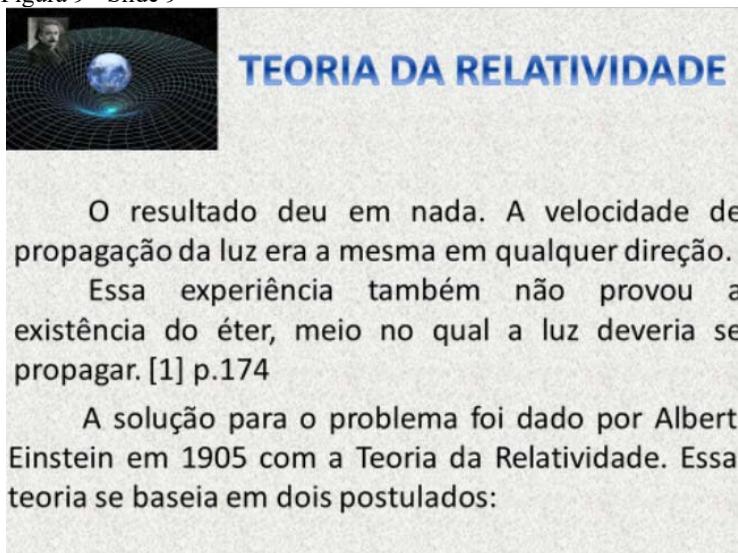
Mas, em relação a que foi feita essa medida?  
Essa era grande questão no final do século XIX e início do século XX.

Acreditava-se que a velocidade de propagação da luz dependesse de como ela se propaga em relação ao éter, do mesmo modo que a velocidade do barco depende de como ele se movimenta no rio.

De 1881 a 1887 Abraham Michelson e Edward Willians Morley realizaram experimentos tentando verificar essa dependência. [1] p.174

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 9 - Slide 9



**TEORIA DA RELATIVIDADE**

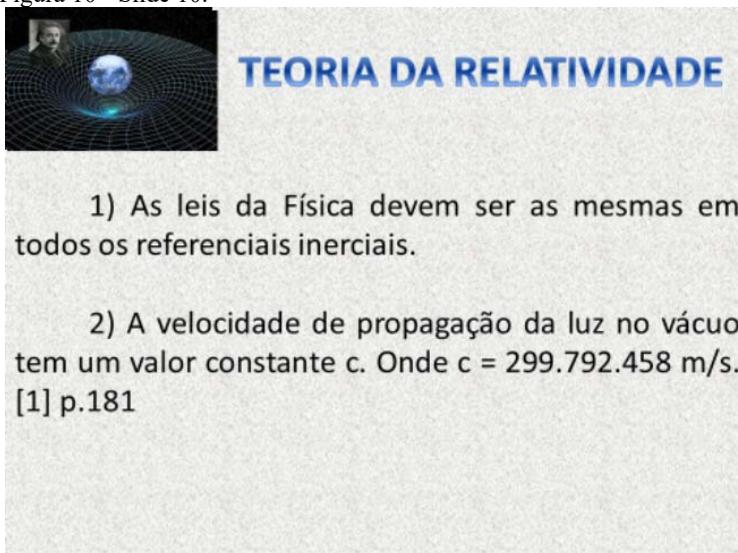
O resultado deu em nada. A velocidade de propagação da luz era a mesma em qualquer direção. Essa experiência também não provou a existência do éter, meio no qual a luz deveria se propagar. [1] p.174

A solução para o problema foi dado por Albert Einstein em 1905 com a Teoria da Relatividade. Essa teoria se baseia em dois postulados:

Fonte: Arquivo do autor.

No décimo slide (figura 10) é apresentado os postulados da Teoria da Relatividade Restrita. Também pode ser discutido o conceito de referencial inercial.

Figura 10 - Slide 10.



Fonte: Arquivo do autor.

**Figura 10. Slide 10. Arquivo do autor.**

Como alguns conceitos tiveram que ser reformulados a partir desses postulados. Pode-se iniciar falando do conceito de simultaneidade que a princípio pode parecer um pouco estranho para os alunos, mas logo conseguem assimilar facilmente. Os slides seguintes: 11, 12 e 13 (figuras 11, 12 e 13) mostram o conceito dado por Einstein e uma representação do mesmo.

Figura 11 - Slide 11



## TEORIA DA RELATIVIDADE

### SIMULTANEIDADE

Como consequência desses postulados alguns conceitos tiveram que ser reformulados. Um deles é a ideia de simultaneidade de eventos.

Dois eventos são simultâneos em um referencial inercial se os sinais luminosos associados a eles forem vistos simultaneamente por um observador situado em um ponto equidistante dos dois eventos. [4] p.11

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 12 - Slide 12



## TEORIA DA RELATIVIDADE

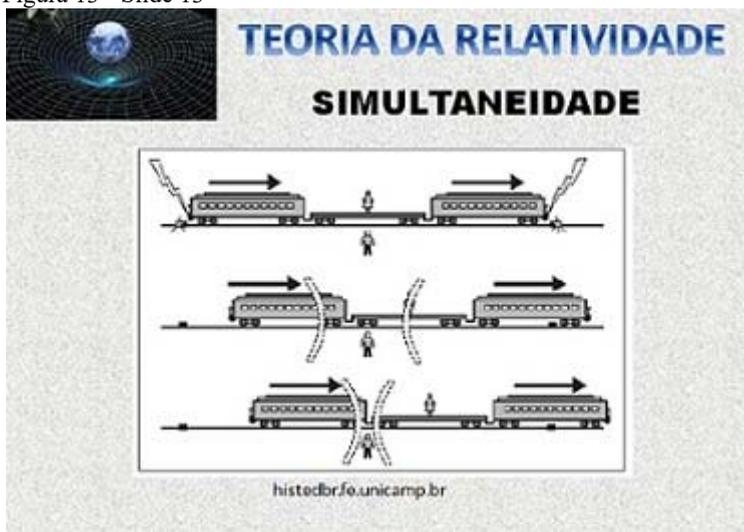
### SIMULTANEIDADE

Dois eventos que são simultâneos em um referencial, não são simultâneos em outro referencial inercial que esteja se movendo em relação ao primeiro. [4] p.11

Dois relógios que estão sincronizados em um referencial, não estão sincronizados em outro referencial inercial que esteja se movendo em relação ao primeiro. [4] p.11

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 13 - Slide 13



Fonte: Arquivo do autor.

Os slides 14 e 15 (figuras 14 e 15) mostram que o tempo não é o mesmo para todos os observadores. Muitas perguntas podem surgir. É possível viajar no tempo? Se eu voltar ao passado, posso corrigir meus erros? Posso saber como estarei no futuro? Questões relacionadas ao filme *Interestelar* também podem surgir. Apesar de que no filme a dependência do tempo é devido a Teoria da Relatividade Geral, pode-se dar uma explicação para o fato. As equações que aparecem nos slides estão demonstradas nos roteiros das atividades.

Figura 14 - Slide 14.



## TEORIA DA RELATIVIDADE

### DILATAÇÃO DO TEMPO

Dilatação do tempo: A duração de um evento depende do estado de movimento do observador. Essa dependência é dada pela equação abaixo:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_0$$

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 15 - Slide 15.



## TEORIA DA RELATIVIDADE

### DILATAÇÃO DO TEMPO

O exemplo mais famoso desse fato é o paradoxo dos gêmeos. Vejamos então:

Dois gêmeos, Pedro e Mateus, estão com 20 anos quando Pedro faz uma viagem interplanetária em uma nave espacial que se movimenta com uma velocidade  $v$  igual a 60% da velocidade da luz ( $v = 0,6c$ ), enquanto Mateus permanece na Terra. Ao retornar à Terra Pedro está com 30 anos. Qual a idade de Mateus?

Fonte: Arquivo do autor.

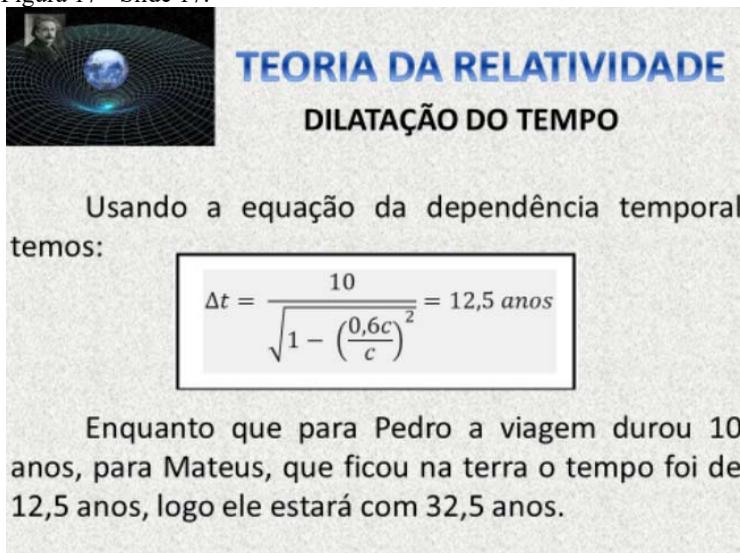
Com os slides 16 a 21 (figuras 16 a 21), é discutido o efeito da contração do espaço e a diferença dos conceitos de tempo e espaço que temos e a ideia de espaço-tempo da teoria da relatividade. Como espaço e tempo se tornou uma só coisa, é dada a ideia de que quanto mais se tem de um, menos se tem do outro.

Figura 16 - Slide 16.



Fonte: Arquivo do autor.

Figura 17 - Slide 17.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**DILATAÇÃO DO TEMPO**

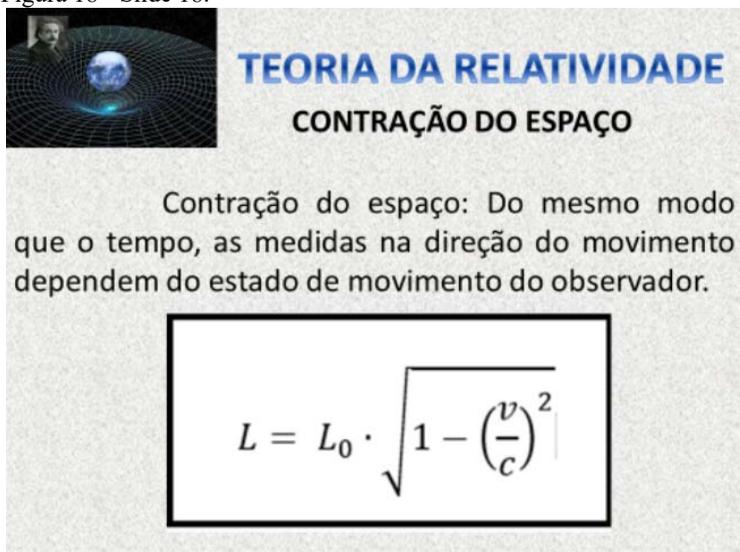
Usando a equação da dependência temporal temos:

$$\Delta t = \frac{10}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,6c}{c}\right)^2}} = 12,5 \text{ anos}$$

Enquanto que para Pedro a viagem durou 10 anos, para Mateus, que ficou na terra o tempo foi de 12,5 anos, logo ele estará com 32,5 anos.

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 18 - Slide 18.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**CONTRAÇÃO DO ESPAÇO**

Contração do espaço: Do mesmo modo que o tempo, as medidas na direção do movimento dependem do estado de movimento do observador.

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 19 - Slide 19.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**CONTRAÇÃO DO ESPAÇO**

Uma nave espacial possui 20 m de comprimento quando ela está em repouso na Terra. Com a nave em movimento com uma velocidade  $v = 80\%$  da velocidade da luz, um observador fixo na Terra, dispendo de aparelhagem adequada, efetua medida do comprimento da nave.

a) Qual é o comprimento obtido pelo observador fixo na Terra?

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 20 - Slide 20.



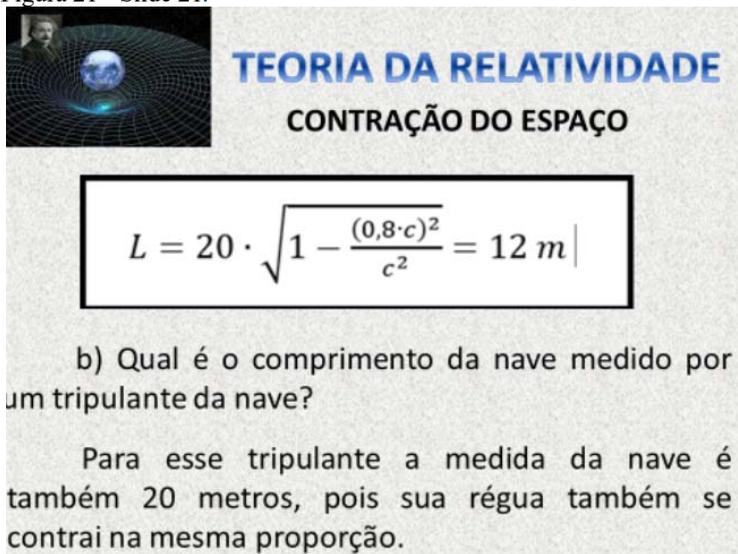
**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**CONTRAÇÃO DO ESPAÇO**

Uma nave espacial possui 20 m de comprimento quando ela está em repouso na Terra. Com a nave em movimento com uma velocidade  $v = 80\%$  da velocidade da luz, um observador fixo na Terra, dispendo de aparelhagem adequada, efetua medida do comprimento da nave.

a) Qual é o comprimento obtido pelo observador fixo na Terra?

Fonte: Arquivo do autor.

Figura 21 - Slide 21.



**TEORIA DA RELATIVIDADE**  
**CONTRAÇÃO DO ESPAÇO**

$$L = 20 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,8 \cdot c)^2}{c^2}} = 12 \text{ m}$$

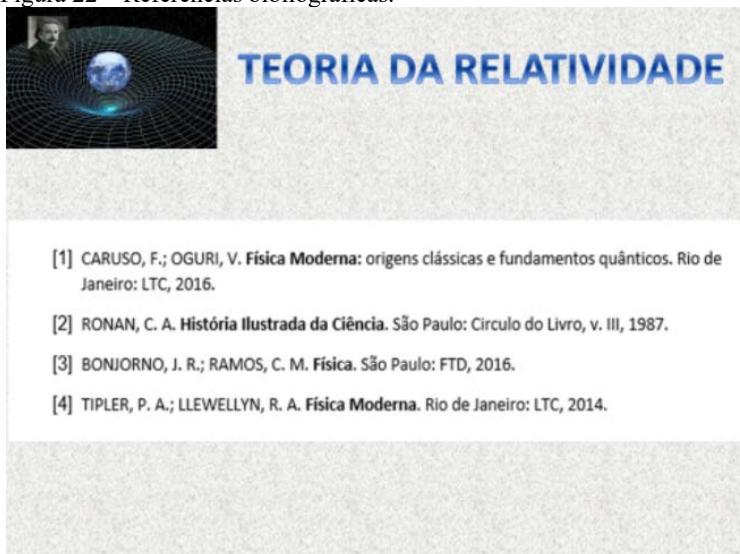
b) Qual é o comprimento da nave medido por um tripulante da nave?

Para esse tripulante a medida da nave é também 20 metros, pois sua régua também se contrai na mesma proporção.

Fonte: Arquivo do autor.

Por fim, no slide 22 (figura 22) temos as referências bibliográficas.

Figura 22 – Referências bibliográficas.



Fonte: Arquivo do autor.

#### 4. SUGESTÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Esta sequência é uma adaptação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) (Moreira), contendo os seguintes passos:

Primeiro momento: Em uma aula apresentar os postulados da teoria da relatividade e deixar os alunos darem suas ideias a respeito do assunto. Outra sugestão é formar grupos para discutirem e depois apresentar as conclusões para o restante da turma.

Segundo momento: Esclarecer as conclusões dos alunos com a aula proposta. Apesar de se tratar da teoria da relatividade restrita, o professor deverá estar preparado para comentar sobre a teoria da relatividade geral, pois surgirão questões a respeito de viagens ao passado e futuro, bem como situações descritas no filme *Interestelar*. Este filme é um bom começo para despertar o interesse pelo assunto. Tempo sugerido: duas aulas.

Terceiro momento: caso a escola disponha de computadores e internet ou se os alunos possuírem celulares e for permitido o uso dos mesmos em sala, poderá ser feito na escola. Caso contrário poderá ser feito em casa fornecendo os roteiros para os alunos. Como são três simulações distintas, pode-se distribuir aleatoriamente e após o uso, juntar os grupos que fizeram a mesma simulação para discutirem as questões. Caso disponha de apenas uma aula, usar as simulações nessa aula e em outra formar os grupos para conclusão da atividade. Tempo sugerido: duas aulas.

Quarto momento: cada grupo deverá apresentar suas conclusões para a turma e provocar um debate, deixando que eles próprios achem as respostas para suas dúvidas. O professor só interferirá caso as respostas não sejam corretas, procurando lançar novas questões fazendo com os alunos cheguem a uma resposta correta. Tempo sugerido: uma aula.

Quinto momento: a avaliação poderá ser feita através de questões ou situações ocorridas em algum filme para que discutam, em grupos, o que é ficção e o que é possível realmente. Também poderão ser avaliados pela participação nos debates. Tempo sugerido: uma aula.

A quantidade de aulas depende da quantidade de aulas disponíveis para a disciplina e da participação e interesse da turma.

## 5. REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R.; RAMOS, C. M. **Física**. São Paulo: FTD, 2016.

CARUSO, F.; OGURI, V. **Física Moderna**: origens clássicas e fundamentos quânticos. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas**. if.ufrgs.br, Porto Alegre. Disponível em: <<http://moreira.if.ufrgs.br>>. Acesso em: 15 Junho 2017.

RONAN, C. A. **História Ilustrada da Ciência**. São Paulo: Círculo do Livro, v. III, 1987.

TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: LTC, 2014.